DOI 10.33111/vz_kneu.32.23.03.02.012.018
УДК 519.86 +330.46

Коляда Ю.В.
доктор економічних наук, доцент, професор кафедри
математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
м. Київ, Україна
e-mail: koliada_yuri@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0003-3474-8706

Лук'янець Т.В.
кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
м. Київ, Україна
e-mail: lukianets.tetiana@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0002-1506-3595

Шатарська І.Ф.
старший викладач кафедри
математичного моделювання та статистики,
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
м. Київ, Україна
e-mail: shatarska_inna@kneu.edu.ua
ORCID ID:0000-0001-7070-9718

КЛАСТЕРИ НАСЕЛЕННЯ СУСПІЛЬСТВА ТА ЇХНЯ ВЗАЄМОДІЯ

Koliada Yurii
Doctor of Economics, Associate Professor, Professor of the Department of
Mathematical Modeling and Statistics,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman,
03057, Ukraine, Kyiv, Peremohy Avenue 54/1
e-mail: koliada_yuri@kneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0003-3474-8706

Lukianets Tetiana
PhD in Economics, Associate Professor, Associate Professor of the Department
of Mathematical Modeling and Statistics
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
03057, Ukraine, Kyiv, Peremohy Avenue 54/1
e-mail: lukianets.tetiana@kneu.edu.ua

ORCID ID: 0000-0002-1506-3595

Shatarska Inna
senior lecturer of the Department of Mathematical Modeling and Statistics
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
03057, Ukraine, Kyiv, Peremohy Avenue 54/1
e-mail: shatarska_inna@kneu.edu.ua
ORCID ID: *0000-0001-7070-9718*

POPULATION CLUSTERS OF THE SOCIETY AND THEIR INTERACTION

Анотація. Демократичній державі перед прийняттям важливих рішень властиво опиратися на думку членів суспільства. Не завжди вдається провести опитування або володіти статистичною інформацією, щоб здійснити економетричне моделювання: воно, як правило, лінійне, найпростіше. В той же час взаємодія індивідумів суспільства, їхніх груп за прихильністю чи спільними інтересами швидкоплинна і завжди нелінійна, що свідчить про наявність декількох шляхів можливого розвитку подій. Досвід природознавчих дисциплін вказує на доцільність вивчення механізму нелінійної взаємодії учасників подій, що сприяє точнішому і глибшому дослідженню соціальних явищ, більш загально в гуманітарних науках.

У статті побудовано динамічну нелінійну математичну модель (ММ) механізму взаємодії різних (у сенсі своїх уподобань і власного вибору) верств населення суспільства. Проведено якісний аналіз розглянутої моделі, результати якого сприяють: по-перше, створенню програмного продукту — інформаційних технологій у контексті проблем синергетичної взаємодії кластерів народонаселення держави; по-друге, формуванню стратегії доцільного співіснування різних груп людей.

Розроблено техніку якісного аналізу ММ на предмет різноманітного функціонування механізму досліджуваного явища: наведено аналітичні формули пошуку координат стаціонарних точок динамічної моделі, визначено спосіб обчислення власних значень нелінійної динамічної моделі, якими визначається її стійкість.Викладене у статті слід сприймати як новітній спосіб вивчення рушійних сил суспільства — методику всеосяжного комп'ютерного дослідження розшарування населення держави у контексті прийняття доленосних для суспільства рішень. Адже програмна реалізація математичної моделі та засобів її якісного та кількісного вивчення є інформаційною технологію, якою забезпечується оперативне отримання інформації, що є проявом цифровізації суспільства (цифрової економіки, автоматизації проектування тощо).

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, нелінійна динамічна модель, феноменологічна модель, якісний аналіз, стаціонарні точки, власні значення матриці Якобі.

Abstract. The democratic state is typical for rely on the opinion of society members before making important decisions. It is not always possible to conduct a survey or have statistical information to carry out the simplest econometric modeling: it is usually linear. At the same time, the cooperation of individuals in society, their groups based on affection or common interests is fast-moving and always non-linear. It is indicate the presence of several ways of possible development of events. The experience of natural science disciplines indicates on the study expediency of the non-linear interaction mechanism of event participants. There is contributes to a more accurate and in-depth study of social phenomena, which is more common in the humanities.

In the article has been built a dynamic non-linear mathematical model (MM) interaction for different society's strata mechanism (in the sense of their preferences and their own choice). There are concluded a qualitative analysis of MM, the results of which contribute to: firstly, the a software product creation — information technologies (IT) in the synergistic interaction problems context of population clusters of the state; secondly, the formation of a strategy for the expedient coexistence different people's groups.

Has been developed the methodology of MM qualitative analysis, which show to different functioning of the investigated phenomenon mechanism: analytical formulas for finding the stationary points coordinates of the dynamic model are given, it is determined the method of eigenvalues nonlinear dynamic model calculating, which determine its stability

In the article is present the latest studying way of the society's driving forces — the all-embracing computer study methodic the stratification of the state's population in the context of making decisions that are fateful for society.

The software implementation of the mathematical model and the means of its qualitative and quantitative study is an information technology that ensures the prompt acquisition of information, which is a manifestation of the digitalization of society (digital economy, design automation, etc.).

Keywords: computer simulation, nonlinear dynamic model, phenomenological model, qualitative analysis, stationary points, eigenvalues of the Jacobi matrix.

Постановка проблеми. Будь-яке суспільство неоднорідне, перш за все у розумінні волевиявлення його членів стосовно соціальної чи політичної тематики. Щоб підготувати виважене рішення, слід знати й розуміти можливу диспозицію рушійних сил. Така інформація віртуального чину отримується на підставі комп'ютерного моделювання за наявності математичної моделі явища.

Мета дослідження. Описати математично взаємодію різних за поглядами груп населення суспільства та отримати на підґрунті такої динамічної моделі різноманітні віртуальні сценарії поведінки кластерів населення за різних стартових умов.

Методика дослідження. Викладене в статті започатковує новий підхід у вивченні складних соціальних явищ, що, врешті-решт, являтиме собою своєрідне експериментальне устаткування нового типу. Адже адекватна динамічна модель завдяки комп'ютерному моделюванню надаватиме кількісну інформацію про можливий перебіг подій, яка буде порівнюватися з реальними даними.

Вступ. Традиційне комп'ютерне моделювання потребує статистичних даних щодо досліджуваного об'єкта, володіти якими не завжди вдається, інколи принципово неможливо [1].

Для глибокого та всебічного вивчення нелінійного об'єкта нашої уваги, досліджуючи механізм його функціонування, слід прагнути описати цей процес динамічними рівняннями, як правило, системою звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Комп'ютерне моделювання, за наявності нелінійної динамічної математичної моделі, сприяє глибокій варіації її коефіцієнтів, встановленню ключових факторів (чинників) досліджуваного явища, внаслідок чого вибудовуються віртуальні, але правдоподібні сценарії можливого розвитку подій. Слід наголосити, що у такий спосіб передбачаються не лише екстремальні варіанти еволюції соціальних процесів, але уникають катастрофічного розвитку подій.

Якщо для епохи лінійної парадигми моделювання, де фігурують системи лінійних динамічних рівнянь, має місце однозначний зв'язок «причина — наслідок», то застосування нелінійної ММ вказує на кілька шляхів розвитку процесів. По-іншому, з'являється можливість розробляти бажані наслідки, свідомо формуючи потрібні причини.

Так досягається керована чи регульована еволюція подій, що вкрай важливо для нелінійного простору, в якому потрібно здійснити раціональний і доцільний вибір траєкторії розвитку.

Виклад основного матеріалу. Пропонується людську спільноту будь-якого суспільства подавати у вигляді кластерів своєрідних груп населення:

- першу, найчисленнішу, складають люди з активною життєвою позицією, підтримуючи урядові заходи; нехай ця група описується функціональною змінною $x_1 = x_1(t)$, де величина t — час;
- прихильники протилежної точки зору щодо людей першої групи утворюють другу групу, яка описується змінною $x_2 = x_2(t)$;
- частка спільноти зі стійкими, але відмінними від першої групи поглядами на суспільне життя описується змінною $x_3 = x_3(t)$;
- існує латентна множина людей, що приховують свої погляди, яка описується змінною $x_4 = x_4(t)$.

Припускається, що протягом певного часу зазначені групи в своїй сукупності налічують сталу кількість населення N, і має місце рівність:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = N.$$

Протягом певного часу також виконується рівність

$$\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3 + \dot{x}_4 = 0,$$

де $\dot{x}_j = \frac{dx_j}{dt}, (j = 1, 2, 3, 4)$ — це перші похідні визначених факторів, які характеризують швидкість змінюваності чисельності кожної групи з плином часу на інтервалі $t \in [t_0; T]$. На підставі способу головних пропорцій і принципу білінійної взаємодії змінних [2] можна отримати феноменологічну модель взаємної динаміки змінних чисельності кожної групи спільноти суспільства.

Швидкість $\dot{x}_1$ варіативності чисельності першої групи змінюється у такий спосіб: під впливом її ж самої має місце зростання, у взаємодії x_1 з іншими факторами явища також спостерігатиметься позитивний вплив — тобто збільшення. Отже, перше рівняння динамічної моделі записується так:

$$\dot{x}_1 = c_1x_1 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{14}x_1x_4 - c_1x_1^2, \tag{1}$$

де величини c_1, c_{12}, c_{13}, c_{14} — скалярні коефіцієнти, а останній доданок відображає внутрішні процеси (боротьбу) всередині першої групи.

Аналогічні міркування ведуть до таких рівнянь динамічних моделей трьох інших груп:

$$\dot{x}_2 = c_2x_2 - c_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2, \tag{2}$$

$$\dot{x_3} = c_3x_3 - c_{31}x_3x_1 - c_3x_3^2, \tag{3}$$

$$\dot{x_2} = c_4x_4 - c_{41}x_4x_1 - c_4x_4^2. \tag{4}$$

Сукупність динамічних рівнянь (1)–(4) утворює математичну модель (ММ) диференціації населення держави на верстви, які взаємодіють між собою.

Зауваження. Динамічна нелінійна модель (1)–(4) обов'язково має початкові умови $x_j = x_j\,(t_0)$, (j = 1, 2, 3, 4) — стартові числові значення факторів для точки відліку часу t_0.

Про вибір коефіцієнтів ММ: у випадку моделювання референдуму у державі числове значення c_1 — це відсоток голосів «за», c_2 — «проти», c_3 — відсоток тих, хто ігнорував цю подію, c_4 — відсоток недійсних бюлетенів.

Резонно вважати, що $c_{ij} = c_{ji}$ (i,j = 1, 2, 3, 4), бо такий коефіцієнт вказує на взаємодію відповідних груп, а самі їхні числові значення потребують превентивних міркувань і додаткової апріорної інформації про перебіг взаємодії між групами (кластерами).

Сума правих частин диференціальних рівнянь (1)–(4) після групування доданків набуває такого вигляду:

$$c_1\, x_1\, (1 - x_1) + c_2\, x_2\, (1 - x_2) + c_3\, x_3\, (1 - x_3) + c_4\, x_4\, (1 - x_4) = 0.$$

Множенням цього рівняння на вираз $\frac{1}{c_1\, x_1 \cdot c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4}$ отримується така рівність:

$$\frac{\mathbf{1} - x_1}{c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4} + \frac{\mathbf{1} - x_2}{c_1\, x_1 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4} + \frac{\mathbf{1} - x_3}{c_1\, x_1 \cdot c_2\, x_2 \cdot c_4\, x_4} + \frac{\mathbf{1} - x_4}{c_1\, x_1 \cdot c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3} = \mathbf{0}$$

Нехтуючи від'ємними доданками у чисельнику кожного дробу, переходимо до нерівності:

$$\frac{1}{c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4} + \frac{1}{c_1\, x_1 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4} + \frac{1}{c_1\, x_1 \cdot c_2\, x_2 \cdot c_4\, x_4} + \frac{1}{c_1\, x_1 \cdot c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3} > 0;$$

із подальшим перетворенням її лівої частини отримується вираз

$$\frac{\mathbf{1}}{\prod_{j=2}^{4} \boldsymbol{c_j x_j}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{c_1 x_1}}\left(\frac{\mathbf{1}}{c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4} + \frac{\mathbf{1}}{c_2\, x_2 \cdot c_4\, x_4} + \frac{\mathbf{1}}{c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3}\right) =$$

$$= \frac{1}{\prod_{j=2}^{4} c_j x_j} + \frac{1}{c_1 x_1}\left(\frac{c_2\, x_2 + c_3\, x_3 + c_4\, x_4}{c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4}\right) > 0,$$

що дає можливість отримати його оцінку згори $\frac{1}{\prod_{j=2}^{4} c_j x_j}$, бо співмножники $\frac{1}{c_1 x_1}$ та $\frac{c_2\, x_2 + c_3\, x_3 + c_4\, x_4}{c_2\, x_2 \cdot c_3\, x_3 \cdot c_4\, x_4}$ менші за 1, тому їхнім добутком можна знехтувати. На підставі цієї оцінки згори відбувається апостеріорне оцінювання точності процесу комп'ютерного моделювання за допомогою динамічної моделі (1)–(4).

Якісний аналіз ММ починається із пошуку стаціонарних точок, в яких $\dot{x}_j = 0$, (j = 1, 2, 3, 4). У нашому випадку маємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 (c_1 + c_{12} x_2 + c_{13} x_3 + c_{14} x_4 - c_1 x_1) = 0, \\ x_2 (c_2 - c_{21} x_1 - c_2 x_2) = 0, \\ x_3 (c_3 - c_{31} x_1 - c_3 x_3) = 0, \\ x_4 (c_4 - c_{41} x_1 - c_4 x_4) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Звідси випливає перший тривіальний розв'язок $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$.

Прирівнюючи до нуля вирази в дужках, послідовно маємо:
з четвертого рівняння випливає

$$x_4 = \frac{c_4 - c_{41} x_1}{c_4};$$

з третього —

$$x_3 = \frac{c_3 - c_{31} x_1}{c_3};$$

з другого —

$$x_2 = \frac{c_2 - c_{21} x_1}{c_2};$$

з першого рівняння

$$x_1 = \frac{c_1 - c_{12} x_2 - c_{13} x_3 - c_{14} x_4}{c_1}.$$

Підставляючи до останньої рівності вирази для змінних x_2, x_3, x_4, отримуємо формулу числового значення фактору x_1:

$$x_1 = \frac{(c_1 + c_{12} + c_{13} + c_{14}) \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot c_4}{c_1^2 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot c_4 + c_{21} \cdot c_{12} c_3 \cdot c_4 + c_{31} \cdot c_{13}\, c_2 \cdot c_4 + c_{41} \cdot c_{14} c_2 \cdot c_3}.$$

Отже, розрахунки надають координати стаціонарної точки (x_1^e, x_2^e, x_3^e, x_4^e) із індексом «*e*».

Якщо покласти $x_3 = 0$ (частка спільноти зі стійкими, але відмінними від першої групи поглядами на суспільне життя, є досить незначною), то матимемо таку стаціонарну систему рівнянь:

$$\begin{cases} c_1 + c_{12} x_2 + c_{14} x_4 - c_1^2 x_1 = 0, \\ c_2 - c_{21} x_1 - c_2^2 x_2 = 0, \\ c_4 - c_{41} x_1 - c_4^2 x_4 = 0 \end{cases} \tag{5а}$$

Звідси отримуємо вирази $x_2 = \frac{c_2 - c_{21} x_1}{c_2^2}$ та $x_4 = \frac{c_4 - c_{41} x_1}{c_4^2}$ з другого і третього рівнянь системи (5а).

Ці вирази підставляємо до першого рівняння системи (5а) і як наслідок матимемо формулу: $x_1 = \frac{(c_1\, c_2 \cdot c_4 + c_{12}\, c_4 + c_{14}\, c_2) \cdot c_2 \cdot c_4}{c_{12} \cdot c_{21} \cdot c_4^2 + c_{14} \cdot c_{41} \cdot c_2^2}$.

Отже, обчислено координати стаціонарних точок (x_1^e, x_2^e, $\mathbf{0}, x_4^e$) з індексом «*e*».

Аналогічно розглядається варіант (x_1^e, x_2^e, $x_3^e, \mathbf{0}$) — відсутності латентних членів суспільства. Коли $x_2^e = 0$, тобто відсутні люди з протилежною точкою зору, то розглядається така система рівнянь:

$$\begin{cases} c_1 + c_{13}\,x_3 + c_{14}\,x_4 - c_1^2\,x_1 = 0, \\ c_3 - c_{31}\,x_1 - c_3^2\,x_3 = 0, \\ c_4 - c_{41}\,x_1 - c_4^2\,x_4 = 0, \end{cases} \tag{5б}$$

Звідси, діючи аналогічно попередньому випадку, матимемо вирази:

$$x_3 = \frac{c_3 - c_{31}\,x_1}{c_3^2}, \qquad x_4 = \frac{c_4 - c_{41}\,x_1}{c_4^2}.$$

Перше рівняння системи (5б) стає залежним лише від змінно x_1, формула розрахунку якої записується так:

$$x_1 = \frac{(c_1\, c_3 \cdot c_4 + c_{13}\, c_4 + c_{14}\, c_3) \cdot c_3 \cdot c_4}{c_{13} \cdot c_{31} \cdot c_4^2 + c_{14} \cdot c_{41} \cdot c_3^2}.$$

Отже, маємо координати іншої стаціонарної точки $(x_1^e, 0, x_3^e, x_4^e)$.

Наступним кроком якісного аналізу нелінійної динамічної ММ досліджуваного явища є формування матриці Якобі $\left\| \frac{\partial f_i(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_j} \right\|$, $(i, j = 1, 2, 3, 4)$, яка має обчислюватися для кожної стаціонарної точки.

Частинні похідні динамічної моделі (1) — (4) мають такий вигляд:

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_1} = \frac{\partial(c_1x_1 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{14}x_1x_4 - c_1x_1^2)}{\partial x_1} = c_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + c_{14}x_4 - 2\,c_1x_1;$$

аналогічно:

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_2} = \frac{\partial(c_1x_1 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{14}x_1x_4 - c_1x_1^2)}{\partial x_2} = c_{12}x_1,$$

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_3} = \frac{\partial(c_1x_1 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{14}x_1x_4 - c_1x_1^2)}{\partial x_3} = c_{13}x_1,$$

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_4} = \frac{\partial(c_1x_1 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{14}x_1x_4 - c_1x_1^2)}{\partial x_4} = c_{14}x_1,$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial(c_2x_2 + c_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2)}{\partial x_1} = c_{21}x_2; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial(c_2x_2 + c_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2)}{\partial x_2} = c_2 + c_{21}x_1 - 2c_2x_2,$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{\partial(c_2x_2 + c_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2)}{\partial x_2} = \mathbf{0} = \frac{\partial f_2}{\partial x_4} = \frac{\partial(c_2x_2 + c_{21}x_2x_1 - c_2x_2^2)}{\partial x_4}.$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \frac{\partial(c_3x_3 + c_{31}x_3x_1 - c_3x_3^2)}{\partial x_1} = -\,c_{31}x_3; \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{\partial(c_3x_3 + c_{31}x_3x_1 - c_3x_3^2)}{\partial x_2} = \mathbf{0},$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = \frac{\partial(c_3x_3 + c_{31}x_3x_1 - c_3x_3^2)}{\partial x_3} = c_3 - c_{31}x_1 - 2c_3x_3, \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_4} = \frac{\partial(c_3x_3 + c_{31}x_3x_1 - c_3x_3^2)}{\partial x_4} = \mathbf{0}.$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = \frac{\partial(c_4x_4 + c_{41}x_4x_1 - c_4x_4^2)}{\partial x_1} = -\,c_{41}x_4; \quad \frac{\partial f_4}{\partial x_2} = \frac{\partial(c_4x_4 + c_{41}x_4x_1 - c_4x_4^2)}{\partial x_2} = \mathbf{0},$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = \frac{\partial(c_4x_4 - c_{41}x_4x_1 - c_4x_4^2)}{\partial x_3} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial f_4}{\partial x_4} = \frac{\partial(c_4x_4 - c_{41}x_4x_1 - c_4x_4^2)}{\partial x_4} = c_4 - c_{41}x_1 - 2c_4x_4,$$

Структурно функціональна матриця Якобі має такий вид:

$$\begin{pmatrix} c_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + c_{14}x_4 - 2\,c_1x_1 & c_{12}x_1 & c_{13}x_1 & c_{14}x_1 \\ -c_{21}x_2 & c_2 - c_{21}x_1 - 2c_2x_2, & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -c_{31}x_3 & \mathbf{0} & c_3 - c_{31}x_1 - 2c_3x_3, & \mathbf{0} \\ -c_{41}x_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & c_4 - c_{41}x_1 - 2c_4x_4, \end{pmatrix}$$

Для тривіальної стаціонарної точки (0; 0; 0; 0) функціональна матриця стає дійсною, де індекс 0 вказує на номер стаціонарної точки.

$$A_0 = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 \end{pmatrix}$$

Спектр власних значень λ дійсної матриці визначається характеристичним рівнянням $det(A - \lambda \cdot E) = 0$, де E — одинична матриця. Для даного випадку отримуємо таку рівність:

$$(c_1 - \lambda)\,(c_2 - \lambda)\,(c_3 - \lambda)\,(c_4 - \lambda) = 0.$$

Знаки власних значень визначаються знаками коефіцієнтів моделі:

– коли всі λ_i (i = 1, 2, 3, 4) є від'ємними, то має місце стійкість моделі;

– якщо хоча б одне власне значення є додатним, то модель є нестійкою.

***Зауваження*!** Нестійкість моделі означає, що малим збуренням її елементів або складових відповідає значна амплітуда вихідних характеристик, тобто порушується адекватність моделі (валідація результатів моделювання).

Викладене вище розвиває попереднє дослідження [3], де динамічна модель складалася з трьох диференціальних рівнянь.

Широкомасштабний обчислювальний експеримент проводився із використанням ММ — системи динамічних рівнянь (1)–(4) та її різновидів:

- $ММ_1$ — у кожному рівнянні моделі враховується фактор «внутрішньої боротьби»;
- $ММ_2$ — без урахування зазначеного фактору;
- $ММ_3$ — береться до уваги вказаний фактор тільки для перших двох, головних змінних моделі x_1 і x_2;
- $ММ_4$ — згадувана боротьба фігурувала лише у двох останніх рівнянь основної моделі за різноманітних початкових умов на часовому інтервалі $t \in [0; 5]$.

На рис. 1 і 2 відображено віртуальні сценарії розвитку подій, використовуючи першу (основну) модель.

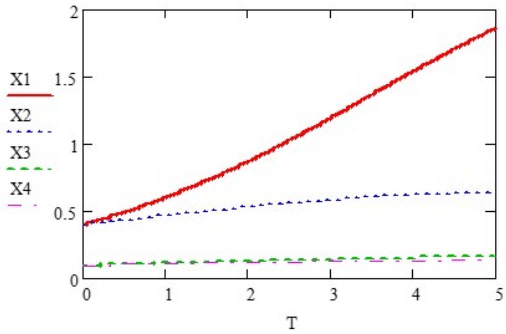

Рис. 1. Графік інтегральних кривих поведінки змінних $ММ_1$ із плином часу

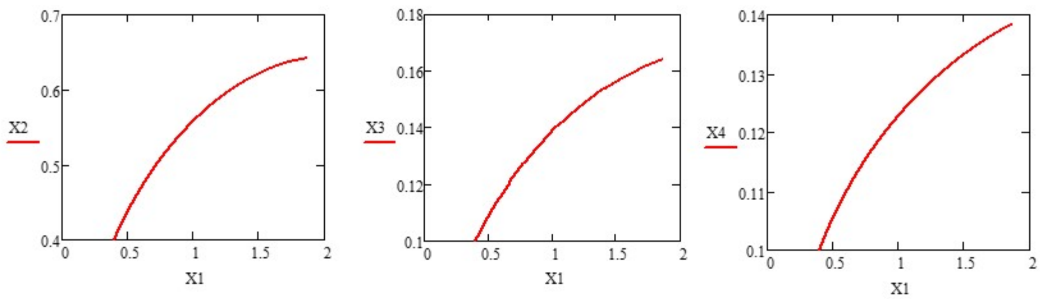

Рис. 2. Фазові портрети змінних MM_1

Зазначене відповідає реаліям сучасного суспільного життя.

Висновки. У статті отримано нелінійну неперервну динамічну модель співіснування чотирьох груп верств населення суспільства. Вказано апостеріорну оцінку згори точності комп'ютерного моделювання взаємодії зазначених груп.

Розроблено техніку якісного аналізу ММ на предмет різноманітного функціонування механізму досліджуваного явища:

- наведено аналітичні формули пошуку координат стаціонарних точок динамічної моделі;
- визначено функціональну матрицю Якобі та спосіб обчислення власних значень нелінійної динамічної моделі, якими визначається її стійкість.

Кількісне вивчення траєкторій поведінки змінних нелінійної ММ цілком відповідає реаліям сучасного суспільного життя.

Зазначені результати, будучи у сукупності та послідовності підґрунтям для програмування, дають можливість стати продуктом ІТ, який являтиме собою складову цифрової економіки в частині нелінійного економічного аналізу.

Література

1. Прикладні аспекти прогнозування розвитку складних соціально-економічних систем: Монографія / за ред. О. І. Черняка, П. В. Захарченка. Бердянськ: Видавець Ткачук О.В., 2015. 396 с.

2. Коляда Ю.В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки: монографія / Ю.В. Коляда. 2 вид. перероб. і доп. Київ: КНЕУ, 2019. 367 с.

3. Коляда Ю.В. Комп'ютерне моделювання й аналіз розвитку фірми на підґрунті динамічної тривимірної моделі з використанням оптимізаційних методів / Ю. В. Коляда, Т. О. Рожок / Моделювання та інформаційні системи в економіці: зб. наук. праць / відп. ред. В. К. Галіцин. Київ: КНЕУ, 2017. Вип. 93. С. 157–174.